

Conclusion

Synthèse des contributions

L'expression et la prise en compte de contraintes et de demandes complexes dans les problèmes de partage de biens indivisibles font émerger de nouvelles problématiques d'importance, liées notamment à la représentation compacte des préférences et des contraintes, à la complexité théorique des problèmes de partage, et aux aspects algorithmiques liés au calcul d'un partage optimal. Jusqu'ici, la plupart des travaux sur le partage de biens indivisibles se sont concentrés :

- ▷ d'une part, pour ce qui est de la communauté issue du choix social, sur la recherche de procédures d'allocation permettant de garantir certaines propriétés d'équité telles que la juste part ou l'absence d'envie, mais sans se préoccuper de considérations de représentation compacte (ce qui est irréaliste), de complexité théorique ou d'algorithmique ;
- ▷ d'autre part, pour ce qui est de la communauté de l'informatique et de l'intelligence artificielle (et plus particulièrement celle des enchères combinatoires), sur l'élicitation et la représentation des préférences et sur le calcul d'un optimum utilitariste, sans aborder le problème de l'équité de la procédure d'allocation.

Ce travail de thèse apporte plusieurs contributions au rapprochement entre le domaine du choix social et le domaine de l'intelligence artificielle et informatique, et à l'étude du problème de partage de manière générale.

Sur le plan de la modélisation, nous avons proposé une extension du modèle *welfariste* cardinal qui intègre le principe de droits exogènes. Si cette extension est fondée sur un ensemble de travaux évoquant ce problème, celui-ci n'avait à notre connaissance jamais été étudié de manière générique.

Sur le plan de la représentation compacte, nous avons effectué une synthèse de l'ensemble des langages dédiés à la représentation des préférences. Nous avons de plus construit deux cadres formels de représentation de problèmes de partage équitable de biens indivisibles, fondés à la fois sur l'ensemble des modèles introduits dans les domaines de la décision individuelle et collective, et sur l'ensemble des travaux sur la représentation compacte de préférences. Ces cadres formels nous ont permis d'introduire un ensemble de résultats de complexité, liés à la recherche ou à l'existence de partages équitables et efficaces dans un contexte où les préférences des agents sont complexes, et par conséquent où les domaines sont combinatoires.

L'étude de la modélisation de l'équité dans le domaine de la micro-économie nous a permis de mettre en évidence un problème algorithmique relativement intéressant et complexe, qui jusqu'ici a été relativement négligé dans la communauté des contraintes : celui de la recherche de solutions leximin-optimales dans un problème combinatoire. Nous avons introduit de nouveaux algorithmes de résolution dédiés à ce problème, et nous avons transposé des algorithmes existant dans d'autres contextes. Cette étude a mené à l'implantation et à la comparaison expérimentale de ces algorithmes, ce qui nous a permis en outre de travailler sur la création d'instances artificielles réalistes de problèmes de partage, et de fournir plusieurs générateurs inspirés de problèmes réels tels que celui du partage de ressources satellitaires.

Un résumé de l'ensemble de ces contributions est présenté sur la figure 6.9.

Perspectives

Bien entendu, les perspectives et les extensions inexplorées de ce travail sont d'autant plus nombreuses que l'étendue du problème de partage de biens indivisibles est grande. Nous proposons quelques pistes qui semblent particulièrement prometteuses.

Un nouveau formalisme de représentation des préférences : Les deux langages de représentation compacte dédiés aux problèmes de partage sur lesquels nous nous sommes concentrés dans ce travail sont fondés sur la représentation logique des préférences des agents. Ce choix est raisonnable : la représentation à base de logique est intuitive, puissante, compacte, et semble relativement appropriée dans le cadre de l'expression de préférences sur des sous-ensembles d'objets. Nous avons cité dans le chapitre 3 un autre langage de représentation de préférences, fondé sur la notion de préférence conditionnelle : les *CP-nets*. Comme nous l'avons fait remarquer, si ce dernier langage est très intuitif et particulièrement intéressant d'un point de vue computationnel, il ne semble pas très approprié à la représentation compacte de préférences dans le domaine du partage (sauf pour un certain type de problèmes très particuliers). Cependant, comme nous l'avons fait remarquer brièvement, une récente extension de ce langage, les *TCP-nets* [Brafman et Domshlak, 2002], introduisent une dimension supplémentaire aux *CP-nets*, en permettant l'expression d'importances relatives et d'importances conditionnelles relatives sur les variables. Cette notion d'importance relative (conditionnelle) exprime simplement une idée simple de hiérarchisation des préférences sur les variables. Cette idée semble particulièrement adaptée aux problèmes de partage, ce qui ouvre éventuellement la voie à un nouveau langage de représentation compacte fondé sur la notion d'importance relative, et dédié à ces problèmes.

L'introduction de compensations monétaires dans le partage : Nous nous sommes concentrés dans ce travail sur le problème de partage de biens indivisibles uniquement. L'introduction de monnaie, ou de toute autre ressource continue — en plus de l'ensemble d'objets — transforme complètement le problème, des définitions les plus basiques (telles que l'absence d'envie) à l'existence de partages satisfaisant ces propriétés. Pour autant, les problématiques abordées dans ce manuscrit ne disparaissent pas : la spécification du problème nécessite toujours un langage de représentation compacte, les problématiques de la complexité et de l'algorithmique subsistent. Le partage de biens indivisibles en présence de compensations est largement étudié dans la communauté des économistes. Il commence à l'être dans celle de l'intelligence artificielle, mais ces travaux se concentrent majoritairement sur une approche distribuée du partage [Endriss *et al.*, 2003; Chevaleyre *et al.*, 2007a; Endriss *et al.*, 2006].

Un rapprochement de l'égalitarisme et de l'absence d'envie : L'égalitarisme et l'absence d'envie sont, comme nous l'avons vu, les deux grandes traductions classiques de la notion subjective d'équité. Elles correspondent à deux visions relativement différentes de cette propriété. D'un côté l'égalitarisme est fondé sur une comparaison interpersonnelle des utilités : cela correspond à la vision d'un arbitre bienveillant, qui partage la ressource selon son propre point de vue de l'inégalité, fondé sur la comparaison absolue des utilités. De l'autre côté, l'absence d'envie est une vision personnelle de l'équité : chaque agent compare sa propre part avec celle des autres et se forge une idée personnelle de l'équité qui ne nécessite pas l'introduction d'outils communs de mesure, tels que des utilités comparables. Cette dualité dans la traduction de la notion d'équité induit bien entendu la question particulièrement intéressante du lien entre ces deux concepts. Nous savons déjà (voir la proposition 4.13) qu'il n'existe pas toujours de partage sans envie parmi les partages optimaux au sens de l'égalitarisme, et qu'il est même très difficile, dans le cas où l'on a affaire à des préférences représentées sous forme compacte, de déterminer si une telle allocation existe. Cependant, de nombreuses questions particulièrement intéressantes restent en suspens. L'égalitarisme favorise-t-il

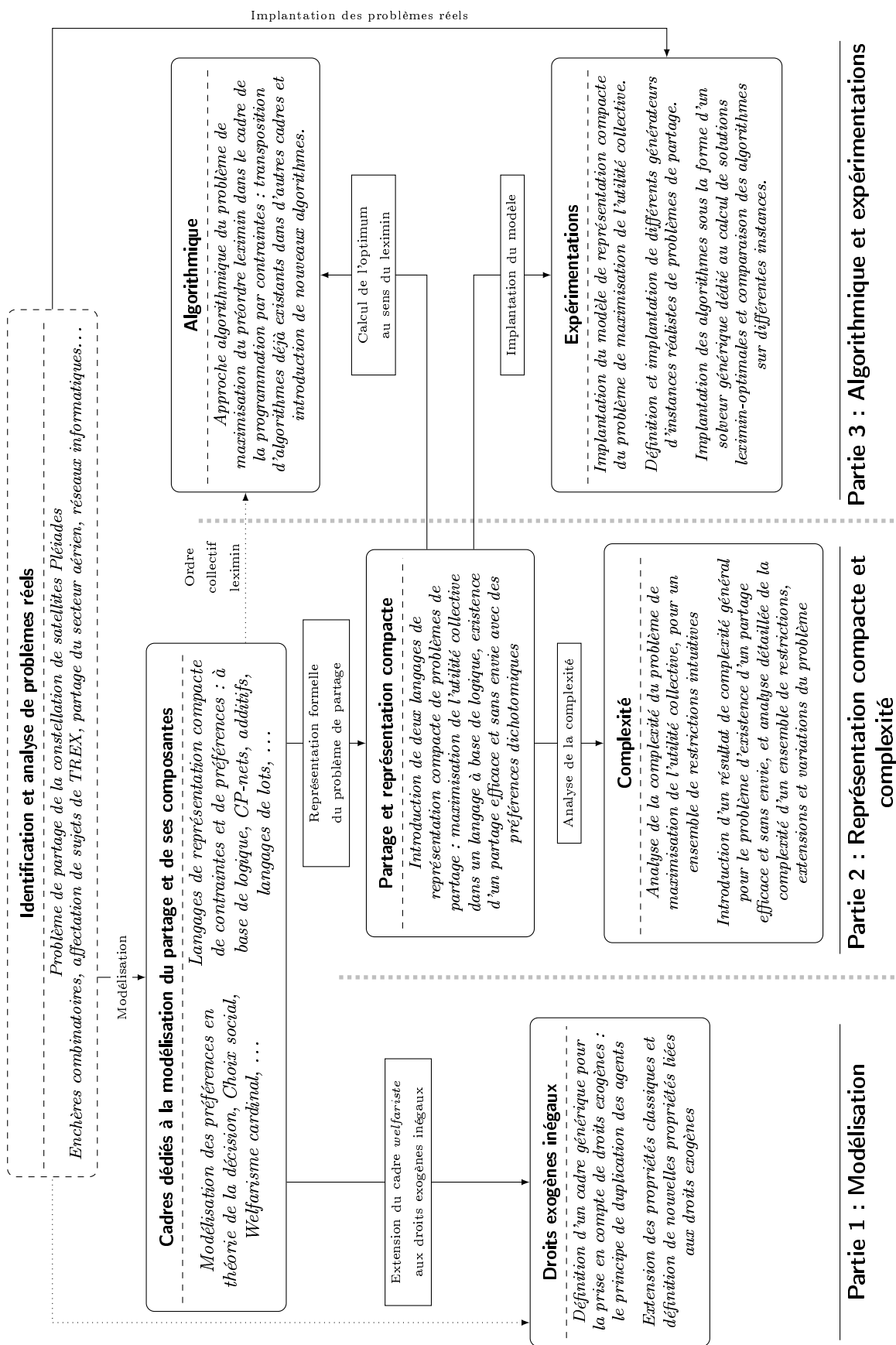


Figure 6.9 — Résumé des contributions de la thèse.

ou défavorise-t-il l'absence d'envie par rapport à un autre critère ? Peut-on mettre en évidence un certain nombre de conditions simples garantissant l'existence d'une allocation égalitariste et sans envie ? Quelle est l'influence de la proximité des préférences des agents sur le lien entre égalitarisme et absence d'envie ? À notre connaissance, ces questions n'ont été que rarement étudiées dans la littérature. On pourra toutefois citer l'exception récente constituée par le travail de [Brams et King, 2005].

Absence d'envie et problèmes à information limitée : Le critère d'absence d'envie part de l'hypothèse selon laquelle chaque agent connaît exactement la part que reçoit chaque autre agent. Cette hypothèse n'est pas vérifiée dans de nombreux problèmes, soit parce que les agents ne connaissent pas ou ont une connaissance partielle des parts des autres agents, soit tout simplement parce que les agents ne se connaissent pas entre eux (voir par exemple les systèmes de commerce en ligne). L'introduction d'information limitée dans les problèmes de partage impose une redéfinition de la notion d'absence d'envie, et donc de l'ensemble des résultats qui lui sont associés. Le problème de l'absence d'envie sous information incomplète peut être abordé sous deux aspects différents. Le premier aspect concerne la connaissance qu'ont les agents des autres agents impliqués dans le partage, ce qui aboutit à une notion d'absence d'envie fondée sur un graphe de connaissance entre les agents : un agent ne peut en envier un autre que s'il existe un arc entre les deux agents. Le deuxième aspect concerne la connaissance qu'ont les agents des parts des autres agents, ce qui aboutit à deux notions de l'envie : envie possible (s'il existe au moins un partage compatible avec les connaissances d'un agent qui mène à l'envie de cet agent pour un autre) ou nécessaire (si tous les partages compatibles avec les connaissances d'un agent aboutissent nécessairement à provoquer l'envie de cet agent). À notre connaissance, l'ensemble de ces problèmes intéressants reste entièrement inexploré, à l'exception d'un travail récent : [Chevaleyre *et al.*, 2007b].

Approximation de l'équité : Les résultats de complexité introduits dans ce travail de thèse, ainsi que les résultats expérimentaux obtenus sur le calcul de solutions leximin-optimales semblent plaider en faveur d'une approche fondée sur l'approximation du critère d'équité (et d'efficacité) utilisé. Cette approche pose deux questions majeures. Tout d'abord se pose le problème de la définition précise de l'approximation du critère, ce qui implique l'introduction d'une mesure de l'erreur commise. Pour un critère fondé sur une fonction d'utilité collective, cette mesure est évidente. Cependant, le cas du préordre leximin pose plus de problèmes : comment définir une bonne approximation de l'optimum dans le cas du leximin ? Pour ce qui est de l'absence d'envie, la question est aussi pertinente. S'agissant d'un critère de décision, cette question se pose en terme de mesure de l'envie, et a été analysée récemment dans quelques travaux [Estivie, 2006; Chevaleyre *et al.*, 2007a; Lipton *et al.*, 2004]. Le deuxième problème crucial posé par l'approximation est algorithmique. La relative inefficacité des algorithmes exacts sur des problèmes de taille élevée, et sur des problèmes concrets de taille raisonnable, montrée dans le chapitre 6, met en évidence la nécessité de développer des algorithmes approchés efficaces, garantissant l'obtention d'une solution correcte dans un temps raisonnable. Le problème se pose en terme de preuve d'existence de schémas d'approximation polynômiaux [Lipton *et al.*, 2004], mais aussi en terme de développement d'algorithmes efficaces. L'étude des différentes méthodes et méta-heuristiques dédiées à la résolution approchée de problèmes d'optimisation combinatoire (recherche locale, algorithmes génétiques, recuit simulé, ...) pourra être un bon point de départ.

Stratégies et manipulation : Concluons enfin cette revue des différents problèmes ouverts et des perspectives de cette thèse en abordant le problème de la manipulation des procédures de partage, fondée sur la falsification des préférences par les agents. L'étude de la manipulation, indissociable de tout problème de décision collective, est fondée sur le développement de procédures de choix social ou de mécanismes d'élicitation incitant les agents à révéler leur préférences réelles (*Incentive Compatible Mechanisms*), en rendant la manipulation impossible. Bien entendu, l'«impossibilité»

de la manipulation est à prendre dans le sens computationnel du terme : on cherche à rendre cette manipulation le plus difficile possible (concrètement : **NP**-difficile) pour les agents. Il existe une abondante littérature sur l'étude de la manipulation dans les problèmes de choix social, majoritairement centrée sur le problème du vote [Conitzer *et al.*, 2003]. À notre connaissance, il existe peu de travaux sur cette problématique dans le cas particulier des problèmes de partage de biens indivisibles (notons que ce problème a toutefois été étudié dans le cadre particulier de l'application Pléiades [Lemaître *et al.*, 2002]), ce qui en fait une piste particulièrement intéressante pour la suite de ce travail.